Master II : IS

Série Temporelle.

Anne Philippe
Université de Nantes
Laboratoire de Mathématiques Jean Leray

Fiche 6 : Bootstrap AR(1)

On considère le modèle

$$x_t = \mu + \phi(x_{t-1} - \mu) + w_t.$$

— Les valeurs des paramètres sont $\mu = 50$ et $\phi = .95$
— On dispose d'un échantillon de longueur $n = 100$.
— **Hypothèse sur le bruit**
la suite (w_t) est une suite de va iid suivant la loi double exponentielle, c'est à dire la loi de densité

$$f(x) = \frac{1}{4}e^{-|x|/2}$$

On estime le paramètre ϕ par l'estimateur de Yule Walker $\hat{\phi}_n$. On peut calculer cet estimateur à l'aide de la fonction `ar.yw` .

(1) Mettre en oeuvre un générateur de nombres aléatoires suivant la loi du bruit.
Indication : Montrer que $w_1 = XZ - X(1-Z)$ où la loi de X est la loi exponentielle de paramètre $1/2$ et la loi de Z est la loi de Bernoulli de paramètre $1/2$. X et Z sont indépendantes.

(2) Construire une fonction pour simuler des processus AR(1) suivant le modèle considérer (vous pouvez utiliser la fonction `arima.sim`, prendre `n.start =50` pour supprimer les 50 premières observations)

(3) En utilisant une méthode de Monte Carlo construire un échantillon suivant la loi de $\hat{\phi}_n - \phi$ et représenter graphiquement la densité de la loi de $\hat{\phi}_n - \phi$ approchée à partir de cet échantillon.

(4) Simuler votre échantillon d'observations

(5) Estimer le paramètre ϕ. Représenter graphiquement la densité de l'approximation asymptotique gaussienne de la loi de $\hat{\phi}_n - \phi$

(6) Mettre en oeuvre le bootstrap non paramétrique sur les résidus. A partir de 500 échantillons bootstrappés construire une approximation de la loi de $\hat{\phi}_n - \phi$. Représenter graphiquement l'estimation de la densité de la loi de $\hat{\phi}_n - \phi$

(7) Comparer les deux approximations (gaussienne et bootstrap) à la loi calculée par la méthode de Monte Carlo (que l'on peut comme la loi exacte aux approximations numériques près)

(8) En utilisant vos échantillons bootstrappés donner une approximation de l'intervalle de prévision à l'horizon 1 de niveau 95% .

(9) Mettre en oeuvre le bootstrap stationnaire et donner une approximation de l'intervalle de prévision à l'horizon 1.

(10) Comparer les résultats obtenus par bootstrap avec l'intervalle théorique de prévision.